



# Introduction à la géométrie algébrique

 **ECTS**  
6 crédits **Etablissement(s)**  
UFR  
Mathématiques **Volume horaire**  
9h **Période de  
l'année**  
Semestre 2

## En bref

- **Langue(s) d'enseignement:** Français
- **Méthodes d'enseignement:** En présence
- **Organisation de l'enseignement:** Formation initiale
- **Forme d'enseignement :** Cours magistral & Travaux dirigés
- **Ouvert aux étudiants en échange:** Non

## Présentation

### DESCRIPTION

La géométrie algébrique est l'étude des « objets » géométriques définis par des équations polynomiales. Un premier chapitre du cours reprend donc l'étude de l'anneau des polynômes en plusieurs variables et expose en particulier la correspondance entre algèbre (idéaux radicaux) et géométrie (parties fermées pour la topologie de Zariski) lorsque le corps de base est algébriquement clos. Le cours se poursuit avec l'introduction de l'espace projectif. À ce stade de l'élaboration du programme, les deux derniers chapitres sont des propositions. La première exposerait la théorie des courbes planes et notamment le théorème de Bézout sur le nombre de points d'intersection de deux courbes. La seconde introduirait des rudiments de géométrie algébrique réelle, où un phénomène nouveau apparaît.

#### Sommaire

- Polynômes en plusieurs variables
  - rappels sur l'anneau des polynômes
  - résultant, discriminant
  - théorème des zéros de Hilbert
  - correspondance entre idéaux radicaux de  $K[T_1, \dots, T_n]$  et fermés de  $\mathbb{A}^n_K$  ( $K$ , corps algébriquement clos)
  - théorème de normalisation de Noether
  - dimension
- Espace projectif
  - polynômes homogènes

**Pour en savoir plus, rendez-vous sur > [u-paris.fr/choisir-sa-formation](https://u-paris.fr/choisir-sa-formation)**

- idéaux homogènes
- correspondance entre idéaux radicaux homogènes de  $K[T_0, \dots, T_n]$  et fermés de  $P^n(K)$
- Courbes planes
  - théorème de Bézout
- Géométrie réelle
  - ensembles semi-algébriques de  $\mathbb{R}^n$
  - théorème de Tarski (ce pourrait être l'occasion de faire le lien avec les cours de logique dans lesquels ce résultat est présenté comme « élimination des quantificateurs »)
  - Positivstellensatz

## HEURES D'ENSEIGNEMENT

---

Introduction à la géométrie algébrique	Cours Magistral	4h
Introduction à la géométrie algébrique		5h

## SYLLABUS

---

- Artin, M. (2017). *Algebra*. Pearson.
- Atiyah, M.F. & Mc Donald, I.G. (1969). *Commutative algebra*, Addison-Wesley.
- Bochnak, S., Coste, M. , Roy, M.F. (2010). *Real algebraic geometry*. Springer.
- Reid, M. (2010). *Undergraduate algebraic geometry*. London Mathematical Society.

Pour en savoir plus, rendez-vous sur > [u-paris.fr/choisir-sa-formation](https://u-paris.fr/choisir-sa-formation)